Homework 7

2021 年 12 月 24 日布置

2021 年 12 月 31 日交

1

■ 一个显而易见的办法，可以把该结果推广到时空几何。

只需把上述的线元ds^2作为空间部分，并且把a当作尺度因子，可以是时间的任意函数，即

$$d\tau^2 = dt^2 - a^2(t)\left[d\vec{X}^2 + k\frac{\vec{X}\cdot d\vec{X}}{1-k\vec{X}^2}\right]$$

■ 作一个坐标变换（球坐标）

$$d\vec{X}^2 \equiv dr^2 + r^2 d\Omega_2, \quad d\Omega_2 \equiv d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2 \tag{5}$$

$$\Rightarrow d\tau^2 = dt^2 - a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Omega_2\right) \tag{6}$$

EX: 请证明上述坐标变换!

2

由 Friedmann 方程:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 &= \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2}\\ \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3}(\rho+3p)\end{aligned} \tag{1}$$

推导出能量守恒方程:

$$\frac{d\rho}{dt} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho+p) = 0 \tag{2}$$