

Homework 9

二选一：

EX 沿着 z 轴方向传播的引力波可以写成如下形式：

$$h_{ij}(t) = \begin{pmatrix} h_b + h_+ & h_\times & h_x \\ h_\times & h_b - h_+ & h_y \\ h_x & h_y & h_L \end{pmatrix}$$

那么请推导沿任意方向 $\hat{n} = (1, \theta, \phi)$ 传播的引力波， h_+ 、 h_\times ... 等六个成分的表达式（用 h_{ij} 表示 h_+ 、 h_\times ... 等六个成分）。

EX 对引力波的能量-动量张量

$$t_{\mu\nu} = \frac{1}{8\pi G} \left[R_{\mu\nu}^{(2)} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \eta^{\alpha\beta} R_{\alpha\beta}^{(2)} \right] + O(h^3) + O(h^4) + \dots$$

在远大于引力波波长的范围内对 $t_{\mu\nu}$ 求平均，在 TT 规范 $\bar{h}^{\mu\alpha}_{;\alpha} = 0, \bar{h} = 0$ 下，可以表示为

$$\langle t_{\mu\nu} \rangle = \frac{1}{32\pi G} \langle \partial_\mu \bar{h}_{\alpha\beta}^{\text{TT}} \partial_\nu \bar{h}^{\alpha\beta}_{\text{TT}} \rangle$$