

## Homework 6

2022 年 10 月 17、21 日布置

2022 年 10 月 24 日交

### 1 协变矢量的 Lie 导数

利用 Leibniz 律，证明

$$\mathcal{L}_\xi p_\mu = p_{\mu,\sigma} \xi^\sigma + \xi^\sigma{}_{,\mu} p_\sigma$$

### 2 Lie 导数中的普通微分

证明下面两式，即 Lie 导数中的普通微分可以换成协变微分

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\xi k^\mu &= k^\mu{}_{;\nu} \xi^\nu - \xi^\mu{}_{;\nu} k^\nu \\ \mathcal{L}_\xi T_{\mu\nu} &= T_{\mu\nu;\rho} \xi^\rho + T_{\rho\nu} \xi^\rho{}_{;\mu} + T_{\mu\rho} \xi^\rho{}_{;\nu}\end{aligned}$$

### 3 利用 $A^\mu$ 表示的协变的 Maxwell 方程

利用

$$\begin{aligned}F^{\mu\nu}{}_{;\mu} &= -4\pi J^\nu \\ F_{\beta\gamma;\alpha} + F_{\gamma\alpha;\beta} + F_{\alpha\beta;\gamma} &= 0\end{aligned}$$

和

$$F_{\mu\nu} = A_{\nu;\mu} - A_{\mu;\nu}$$

来证明

$$A_{\mu}{}^{;\nu}{}_{;\nu} + R_{\mu\alpha} A^\alpha = -4\pi J_\mu$$

其中所有指标的升降由  $g$  来进行